

A. SCONZA - G. TORZO - M. MICHELINI*
*Dipartimento di Fisica G. Galilei dell'Università
di Padova*
** Dipartimento di Fisica dell'Università di Udine*

Quanti sono gli elettroni di conduzione dei metalli?

(Pervenuto il 24.9.94, approvato il 20.2.1995)

ABSTRACT

We test experimentally the free electron gas model for electric conduction in metals by means of measurement of the Hall coefficient. Full details for the construction of the experimental apparatus are given.

La conduzione elettrica: modello macroscopico e microscopico

La conducibilità elettrica σ per definizione è l'inverso della resistività ρ e si può ricavare dalle leggi di Ohm:

$$R = V/I \text{ e } R = \rho l/S$$

dove l è la lunghezza e S la sezione di un filo del conduttore in questione di resistenza elettrica R , V è la differenza di potenziale applicata agli estremi ed I l'intensità della corrente elettrica che scorre nel filo.

Dalle precedenti relazioni si ottiene:

$$\sigma = 1/\rho = (l/S) (I/V) = J/E,$$

dove J è la densità di corrente $J = I/S$, ed $E = V/l$ il campo elettrico all'interno del filo.

Il contenuto fisico della legge di Ohm è sostanzialmente che la conducibilità elettrica è indipendente dal campo elettrico; ciò viene di solito assunto come fatto sperimentale del quale non si dà una motivazione. Se vogliamo spiegare perché ed entro quali limiti vale la legge di Ohm dobbiamo interpretare le quantità *macroscopiche* fin qui introdotte (corrente, resistenza, densità di corrente...) mediante un modello *microscopico* della conduzione.

Useremo il modello classico di Drude¹, che considera gli elettroni più esterni degli atomi (elettroni di valenza) come un gas di particelle che si muovono in maniera disordinata all'interno del reticolato cristallino del metallo subendo continuamente urti con il reticolato stesso.

L'ordine di grandezza della velocità quadratica media di agitazione termica si può valutare, nel modello classico, colla relazione $1/2m \langle v^2 \rangle = 3/2 kT$, (ove $m = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg è la massa dell'elettrone, $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K è la costante di Boltzmann, e T è la temperatura assoluta) che dà valori di circa 10^5 m s^{-1} a temperatura ambiente.²

La velocità media (media su tutti gli elettroni) è ad ogni istante zero perché tutte le direzioni sono equiprobabili. La velocità di un elettrone si mantiene inalterata fra un urto col reticolato ed il successivo mentre cambia in direzione e modulo in maniera casuale ad ogni urto. Anzi si può supporre che, qualunque fosse la velocità iniziale dell'elettrone, la sua velocità dopo l'urto può essere in qualsiasi direzione con la stessa probabilità³.

È intuitivo che sono più probabili gli urti dopo un breve intervallo di tempo t anzi si può dimostrare⁴ che l'intervallo di tempo che intercorre fra un urto ed il successivo ha una distribuzione di probabilità esponenziale. Pertanto il numero di elettroni che hanno un urto nell'intervallo dt intorno al tempo t si può scrivere, indicando con N_0 il numero totale degli elettroni liberi, come $dN(t) = N_0 \exp(-t/\tau) dt/\tau$.

Da qui segue tra l'altro che il tempo medio fra due urti è proprio τ .

In assenza di campo elettrico gli elettroni hanno soltanto questo moto disordinato di agitazione termica, ma quando si applica un campo elettrico E gli elettroni, possedendo la carica elettrica $-e$, (e = carica elementare $= 1.6 \cdot 10^{-19}$ C), sono soggetti alla accelerazione $\mathbf{a} = -e \mathbf{E}/m$, per cui ciascuno di essi acquista, in un tempo t una componente di velocità nella direzione del campo elettrico applicato $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{a}t$. Naturalmente al successivo urto la velocità cambia ancora in maniera casuale e quindi questa componente ordinata va perduta.

È tuttavia possibile calcolare la media su tutti gli elettroni (che viene chiamata velocità di derivata) di questa componente ordinata della velocità, ad un istante qualsiasi, come⁵:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_d &= \frac{1}{N_0} \int_0^\infty \mathbf{a} t dN(t) = \mathbf{a} \int_0^\infty \left\{ \frac{t}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \right\} dt = \\ &= \mathbf{a}\tau = -e\mathbf{E}\tau/m \end{aligned}$$

La velocità di deriva risulta proporzionale al campo elettrico applicato e si definisce mobilità di deriva μ il rapporto fra i moduli della v_d e del campo elettrico E per cui⁶

$$\mu = (e \tau) / m. \quad (1)$$

In sostanza la mobilità di deriva dà una misura del tempo medio τ che intercorre fra gli urti a cui sono soggetti gli elettroni. Nella trattazione precedente si è implicitamente assunto che τ non dipenda dal campo elettrico applicato. Ma è abbastanza intuitivo che invece τ può essere funzione del valore assoluto $|v|$ della velocità istantanea dei portatori liberi, e abbiamo appena detto che applicando un campo elettrico noi variamo tale velocità, perché in media la velocità di ogni portatore cresce di v_d . Questa apparente contraddizione è risolta non appena consideriamo gli ordini di grandezza di v_d e di $|v|$: dato che (come vedremo più avanti) $v_d \ll |v|$, il piccolo cambiamento di $|v|$ ha un effetto trascurabile su τ almeno fino a che non si applichino campi elettrici estremamente alti⁷.

La corrente elettrica in un filo di materiale conduttore di sezione A è il flusso degli elettroni liberi, che possiamo pensare si muovano tutti con la velocità di deriva $v_d = \mu E$. La densità di corrente cioè la quantità di carica che passa in un secondo per unità di sezione del filo si può allora scrivere come:

$$J = \Delta Q / (A \Delta t) = e n A v_d \Delta t / (A \Delta t) = e n v_d$$

dove e è la carica elementare ed n la concentrazione (numero al m^{-3}) degli elettroni liberi. Infatti (vedi fig. 1) tutta la carica elettrica ΔQ prodotto di e per la densità di portatori n e per il volume ($A v_d \Delta t$) riesce ad attraversare la sezione A nel tempo Δt .

In definitiva si ha quindi:

$$J = e n \mu E,$$

e per la conducibilità:

$$\sigma = e n \mu \quad (2)$$

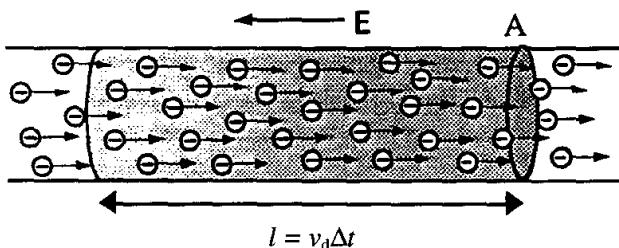


Fig. 1 - Modello microscopico della corrente in un filo conduttore.

La relazione microscopica (2) ci fa capire che la legge di Ohm è vera (cioè $\sigma = \text{cost.}$) in quanto il tempo medio fra gli urti e quindi la mobilità di deriva non dipendono dal campo elettrico applicato, almeno per valori moderati di esso. Inoltre la (2) fa capire che se un materiale ha, come il rame, una grande conducibilità elettrica vuol dire che ha

un gran numero di portatori di carica liberi e/o una grande mobilità.

Ricavare sperimentalmente σ non è difficile: basta misurare la resistenza elettrica di alcuni metri di un filo di rame sottile, di diametro conosciuto e ben costante.

Si ricava $\sigma \approx 6 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$ e da questo $(n\mu) = (\sigma/e) = 4 \cdot 10^{26} \text{V}^{-1} \text{s}^{-1} \text{m}^{-1}$, ma non è possibile ottenere separatamente la concentrazione di portatori di carica n e la mobilità μ .

La concentrazione dei portatori liberi n è immediatamente valutabile nel modello a gas di elettroni, in base al quale ogni atomo del metallo ha l'elettrone o gli elettroni di valenza così debolmente legati che, a temperatura ambiente, essi possono essere considerati liberi. Perciò nel caso del rame, che è monovalente, il modello prevede:

$$n = N_A / \text{volume molare} = N_A / (M/\delta)$$

dove $N_A = 6.02 \cdot 10^{23}$ è il numero di Avogadro, cioè il numero di atomi contenuti in una mole, $M = 63.54 \cdot 10^{-3} \text{kg}$ la massa molare del rame, $\delta = 8.93 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ la sua densità. Quindi:

$$n = (6.02 \cdot 8.93 / 63.54) \cdot 10^{29} \text{ m}^{-3} \approx 8.5 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3} \quad (3)$$

Ma è vero? E c'è modo di provarlo sperimentalmente? Ossia di ottenere separatamente concentrazione e mobilità dei portatori liberi? La risposta è sì se si fa, oltre alla misura di conducibilità elettrica, anche una misura di effetto Hall.

Vediamo ora in che cosa consiste l'effetto Hall e come sia possibile farne una misura con un apparato relativamente semplice.

Richiami sull'effetto Hall

Consideriamo un campione di forma parallelepipedo, come indicato in figura 2, immerso in un campo magnetico uniforme diretto secondo l'asse z . Si fa passare una corrente elettrica di intensità J_x secondo x .

Gli elettroni acquistano una velocità di deriva $v_d = \mu E_x$ sotto l'effetto del campo elettrico E_x (e nel verso contrario ad esso). Essi sono soggetti alla forza di Lorentz $F_L = q v_d B$, che agisce nel verso delle y negative e quindi tendono ad accumularsi sulla faccia del campione perpendicolare all'asse y e posta verso chi guarda la figura.

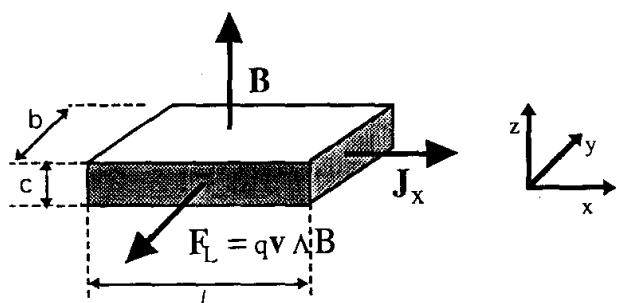


Fig. 2 - Geometria dell'effetto Hall

Questo accumulo di cariche porta alla formazione di una differenza di potenziale V_H fra le due facce del campione perpendicolari all'asse y e quindi di un campo elettrico E_H tale che la forza elettrica qE_H sia uguale ed opposta alla forza di Lorentz, cioè $E_H = v_d B$. Da questa relazione si vede che il campo di Hall è proporzionale sia alla densità di corrente, tramite v_d , che al campo magnetico. Conviene perciò definire il coefficiente di Hall come $R_H = E_H/(J_x B)$.

Ricordando che $J_x = I_x/(bc) = qnv_d$ avremo allora:

$$R_H = v_d B / (qn v_d B) = 1/(qn) = -1/(en) \quad (4)$$

dal momento che gli elettroni hanno carica $-e$.

In conclusione la misura di R_H ci dà direttamente la concentrazione n dei portatori liberi e combinata con la misura di conducibilità elettrica σ ci permette di valutare anche la mobilità di deriva. Infatti il prodotto $|R_H \sigma|$ (detto anche mobilità di Hall, μ_H) vale

$$|R_H \sigma| = en\mu / (en) = \mu \quad (5)$$

e quindi coincide, nel nostro modello approssimato di velocità uguali per tutti i portatori, con la mobilità di deriva.

Misura del coefficiente di Hall.

Si può facilmente eseguire una misura del coefficiente di Hall in una scuola secondaria. Le misure riportate in questo lavoro sono state ottenute sia con un apparato didattico commerciale⁹, sia con una attrezzatura autocostituita, i cui dettagli sono descritti nel seguito.

Per misurare R_H occorre misurare V_H , I_x , B e lo spessore del campione c , dato che:

$$R_H = E_H / (BI_x) = (V_H/b) / (BI_x/bc) = V_H c / (BI_x) \quad (6)$$

Dal momento che l'ordine di grandezza di R_H per i metalli più comuni è $10^{-11} \text{ m}^3 \text{C}^{-1}$ è chiaro che per avere valori di V_H misurabili occorrerà usare un campo magnetico il più intenso possibile (un valore ottenibile senza eccessive difficoltà può essere 1 tesla), una corrente elevata (dell'ordine di 10A, e uno spessore del campione molto ridotto compatibilmente col fatto che esso non si deve scaldare troppo per il passaggio della corrente. Dalla (6) si vede comunque che anche se il campione ha uno spessore di poche decine di micron ci si aspettano tensioni di Hall dell'ordine di pochi microvolt, e quindi c'è in ogni caso la necessità di amplificare il segnale di un fattore dell'ordine di 1000.

Per produrre la corrente I_x , che deve essere come visto sopra dell'ordine di parecchi ampere, si può ricorrere ad una batteria per auto se non si

dispone di un alimentatore di corrente stabilizzato. La misura della corrente richiede solo un normale amperometro. Per quanto riguarda la produzione del campo magnetico e la sua misura vedi più oltre. Passiamo ora a discutere la costruzione dei campioni.

Realizzazione dei campioni

Da una basetta di vetronite con deposito di rame, di quelle che si usano per i circuiti stampati, si può ottenere un campione di forma simile a quella riportata in figura 3. Incollando sul rame del nastro adesivo sagomato come in figura e quindi immergendo per circa 1/2 ora la basetta in cloruro ferrico (acquistabile, come la basetta, nei negozi di elettronica), il cloruro ferrico asporta il rame dappertutto tranne che dove la basetta è protetta dal nastro adesivo. Lo spessore nominale (quello fornito dal venditore) per questi campioni è di 30 μm , ma la sua misura diretta non è facile perché bisogna procedere per differenza rispetto allo spessore della vetronite che è molto maggiore e poco uniforme. Per avere una precisione accettabile occorre usare un micrometro elettronico con la risoluzione del micron.

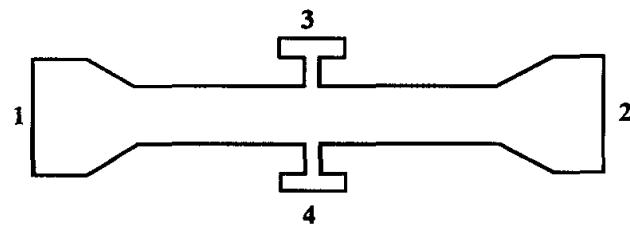


Fig. 3 - Forma del campione

Abbiamo anche usato delle laminette di 20 μm di rame purissimo da laboratorio, incollate per poterle maneggiare con facilità su un foglio di plastica o di cartoncino. In questo caso lo spessore è stato misurato direttamente con un micrometro e si è trovato che le disuniformità di spessore non superano il 5%, cioè $c = (20 \pm 1)\mu\text{m}$.

I contatti 1 e 2 vengono usati per immettere nel campione la corrente I_x mentre fra i contatti 3 e 4 si sviluppa la d.d.p. di Hall. Fra questi contatti c'è inevitabilmente una d.d.p. residua, anche in assenza di campo magnetico, perché è praticamente impossibile che questi contatti siano posizionati esattamente sulla stessa superficie equipotenziale del campo elettrico che fa passare la corrente I_x . Sul modo di eliminare questo disturbo vedi più oltre.

Misure di V_H

La misura della d.d.p. di Hall presenta qualche problema perché, come valutato in precedenza, V_H

è dell'ordine del microvolt, e occorre quindi un buon amplificatore con guadagno almeno 1000 e una altissima impedenza d'ingresso.

Abbiamo costruito un amplificatore a due stadi secondo lo schema di fig. 4. Il primo stadio è un differenziale di guadagno 33, realizzato con 3 OP07 (scelti per la loro piccola tensione di offset), con regolazione a zero del guadagno di modo comune ottenuta tramite la resistenza variabile R_1 e con regolazione dell'offset. Entrambi gli ingressi hanno impedenza d'ingresso praticamente infinita.

Il secondo stadio è un non invertente di guadagno 34 ottenuto con un quarto OP07 e dotato di regolazione fine dell'offset (potenziometro a 10 giri P_1). Questa regolazione (insieme con l'analogia del primo stadio che funziona da regolazione grossolana) viene usata per compensare la d.d.p. dovuta al non perfetto allineamento dei contatti laterali sulla stessa superficie equipotenziale del campo E_x . In pratica prima di misurare la tensione di Hall si azzerare l'uscita dello amplificatore in assenza di campo magnetico. Quando poi si accende il campo magnetico se l'azzeramento non era perfetto i due valori della tensione di Hall misurati invertendo il campo magnetico saranno un po' diversi in modulo. Facendo la media dei due moduli si elimina completamente questo problema ed ogni altra d.d.p. spuria cioè non dovuta al campo magnetico (ad es. forze elettromotrici di origine termica).

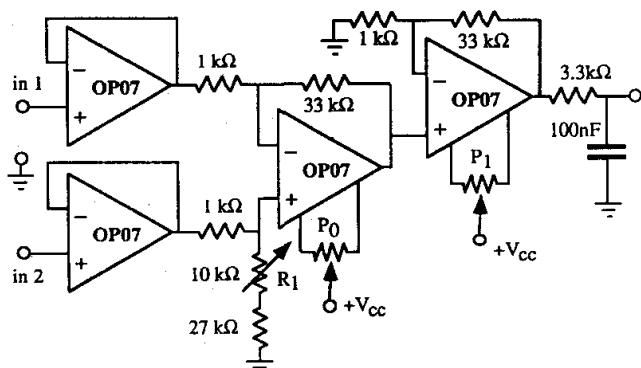


Fig. 4 - Schema dell'amplificatore

Il filtro RC riduce il rumore in uscita. Il guadagno complessivo vale ≈ 1100 , e risulta abbastanza stabile se si usano tutte resistenze all'uno per cento.

Le fluttuazioni della tensione di uscita, dovute al rumore elettronico dell'amplificatore, sono dell'ordine di 0.1 mV con l'ingresso cortocircuitato. Diventano dell'ordine di 0.5 mV quando si collega all'ingresso il campione e lo si alimenta con una corrente di circa 10A mediante un accumulatore al Ni-Cd. L'incertezza sulla misura della tensione di Hall è dunque tipicamente di circa 0.5 μ V.

Produzione e misura del campo magnetico B.

Per produrre il campo magnetico abbiamo usato un elettromagnete con nucleo a C, due bobine di settecento spire e traferro regolabile. È lo stesso elettromagnete, costruito anni addietro dagli studenti di un ITI di Padova, che ci era servito per misure di effetto Hall su semiconduttori [vedi scheda didattica I. Ferrari e A. Sconza: Esperimenti didattici sulla fisica dei Semiconduttori, La Fisica nella Scuola XVII, n.4 (1985)]. In questo caso abbiamo ridotto il traferro a circa 3 mm e lo abbiamo alimentato con una corrente di circa 5 A, accendendolo solo un istante per fare la misura e subito spegnendolo per non surriscaldare le bobine.

Per misurare B esistono in commercio strumenti tarati di prezzo non eccessivo¹⁰, una versione di costo contenuto da noi progettata¹¹ può essere costruita in casa, oppure si può ricorrere al buon vecchio metodo della bobina di prova col galvanometro balistico (chi ancora ce l'ha) per misurare la carica che viene indotta nella bobina quando la si estraе dal campo magnetico. Più modernamente il galvanometro balistico si può sostituire con un integratore di carica elettronico.

Abbiamo costruito una bobinetta di prova di 10 spire avvolte su un supporto circolare di area 3.0 cm^2 ($\pm 2\%$) ed abbiamo usato un integratore di carica ideale realizzato con un OP07, un condensatore da 1.0 μF ed una resistenza d'ingresso R da 1000 Ω (comprensivi della resistenza della bobinetta) come in fig. 5. L'impulso di corrente che si produce nella bobinetta quando la si estraе dal campo magnetico va integralmente a caricare il condensatore fino ad un valore massimo V_C dal momento che l'impedenza d'ingresso dell'operazionale si può considerare infinita. L'ingresso invertente è sempre a potenziale zero come l'ingresso non invertente e pertanto la tensione d'uscita

$$V_o = V_C = -Q/C = \Delta\Phi/(RC) = NSB/(RC),$$

in base alla legge di Felici Neumann risulta direttamente proporzionale al valore B dell'induzione magnetica. Nel nostro caso dati i valori di N , S , R , C la relazione di proporzionalità fra B e V_o risulta semplicemente:

$$B = RC/(NS)V_o = 1/3V_o$$

con B in tesla e V_o in volt.

L'integratore ha il difetto che la sua uscita deriva nel tempo perché, anche in assenza di segnale d'ingresso, il condensatore si carica più o meno velocemente per effetto della tensione di offset presente fra gli ingressi dell'operazionale e delle correnti di polarizzazione dei due ingressi. Si può ovviare a questo inconveniente tenendo cortocircuitato il condensatore, mediante il pulsante I , fino

ad un istante prima di far la misura cioè di estrarre la bobinetta dal campo, ma è anche possibile ridurre praticamente a zero la deriva mediante una regolazione fine della tensione di offset dell'operazionale ottenuta con il potenziometro a dieci giri P_1 (vedi figura 5).

Con questo accorgimento e misurando con un ponte il valore della capacità C abbiamo ottenuto valori di B in ottimo accordo, entro 1÷2%, con quelli indicati dal nostro magnetometro ad effetto Hall.

Si può infine notare che questo metodo di misura di B ha il vantaggio di essere assoluto cioè di non richiedere nessuna taratura in un campo magnetico noto.

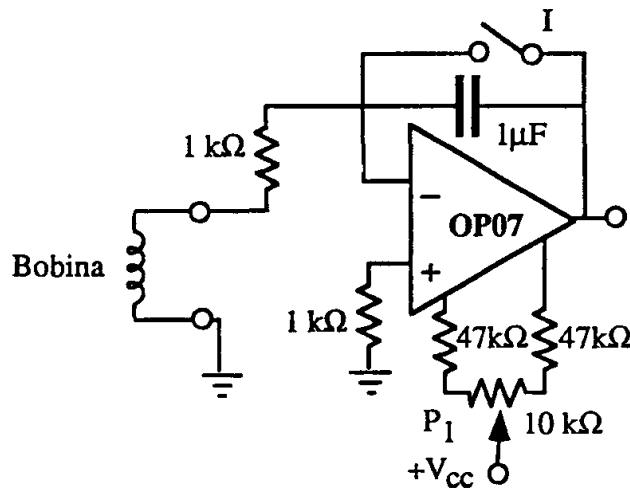


Fig. 5 - Schema dell'integratore di carica

Risultati

Misure di V_H in funzione di I per $B = 1$ T fisso per due campioni di spessore rispettivamente 20 μm (valore misurato) e 30 μm (valore nominale) sono riportate in figura 6.

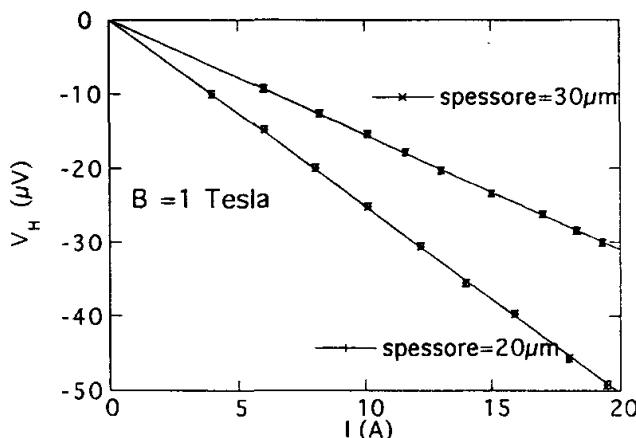


Fig. 6 - Tensione di Hall V_H in funzione della corrente I per $B = 1$ T

L'interpolazione lineare dei dati ottenuti con il campione da 20 μm fornisce $R_H = (5.0 \pm 0.3) \cdot 10^{-11}$

$\text{m}^3 \text{C}^{-1}$. L'incertezza è dovuta principalmente agli errori sullo spessore (5%) e sul valore di B (2%). Il segno di V_H è quindi quello di R_H risulta essere negativo.

In letteratura si trova¹² $R_H = -5.5 \cdot 10^{-12}$ Vcm(abamp gauss) che ridotto in unità del SI cioè in $\text{VmA}^{-1}\text{T}^{-1} = \text{m}^3\text{C}^{-1}$ diventa $-5.5 \cdot 10^{-11} \text{m}^3\text{C}^{-1}$.

I dati a 30 μm danno invece $R_H \approx 4.7 \cdot 10^{-11} \text{m}^3\text{C}^{-1}$ con un errore difficilmente valutabile per via dell'incertezza sullo spessore.

In figura 7 sono invece riportate misure, ottenute con l'apparecchiatura commerciale sopra citata, della d.d.p. di Hall osservata in un campione di rame da 30 μm nominali in funzione del campo magnetico per una corrente fissa di 4A. Il valore di R_H che si ricava da questi dati è prossimo a $6.4 \cdot 10^{-11} \text{m}^3\text{C}^{-1}$ ma con un errore difficilmente valutabile soprattutto a causa dell'incertezza sullo spessore del campione.

La concentrazione degli elettroni liberi n deducibile attraverso la relazione (4) dal miglior valore da noi ottenuto per R_H è

$$n = 1/(eR_H) = 1/(1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 5.1 \cdot 10^{-11}) \text{m}^3 = 1.25 \cdot 10^{29} \text{m}^3 \quad (7)$$

Si può concludere, confrontando questo risultato con la previsione teorica (3), che entro circa il 30% le cose tornano con il modello a gas di elettroni.

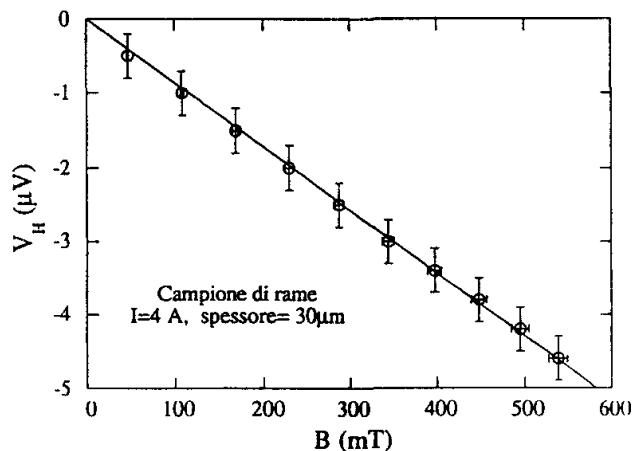


Fig. 7 - Tensione di Hall V_H in funzione del campo magnetico B

Combinando attraverso la relazione (5) il risultato (7) col valore trovato per σ la mobilità di deriva del rame risulta essere:

$$\mu = \sigma/(en) \approx 6.01 \cdot 10^7 / (1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 1.25 \cdot 10^{29}) \text{m}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1} \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{m}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$$

È importante a questo punto far notare agli studenti che, anche con un campo elettrico E piuttosto elevato, per esempio 10^3Vm^{-1} , la velocità media di deriva $v_d = \mu E \approx 3 \text{ms}^{-1}$ è sempre molti ordini di grandezza inferiore rispetto al valor quadrati-

co medio della velocità degli elettroni nel loro moto disordinato dovuto alla agitazione termica, che è dell'ordine dei 10^6 ms^{-1} , e questo conferma la validità dell'ipotesi di un tempo di collisione indipendente dal valore del campo elettrico.

Cosa si trova ripetendo l'esperimento con materiali diversi dal rame?

Le previsioni del modello a gas di elettroni liberi trovano conferma sperimentale per tutti i metalli del gruppo I, (Li, Na, K, Rb, Cs, Cu, Ag, Au) ma non per quelli del gruppo II (Be, Zn, Cd) né per il Fe ed il Co (gruppo VIII). Questi metalli hanno adirittura $R_H > 0$ come se i portatori non fossero elettroni ma *cariche positive*.

Ad esempio riportiamo in figura 8 le misure ottenute con l'apparecchiatura commerciale ed un campione di zinco.

Per poter spiegare, almeno qualitativamente, queste anomalie occorre introdurre nuovi concetti: la quantizzazione dei livelli energetici, lo splitting dei livelli energetici dell'atomo isolato in bande di energia quando si forma un reticolo cristallino, il concetto di lacuna, ecc.... Si tratta in sostanza della *teoria delle bande di energia per gli elettroni*.

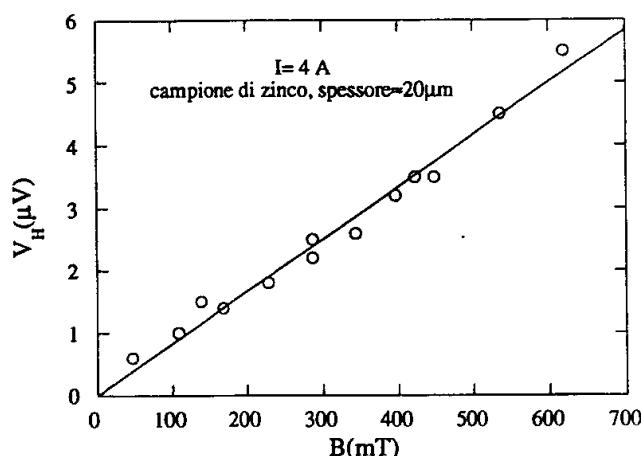


Fig. 8 - Tensione di Hall V_H in funzione del campo magnetico B per un campione di zinco di spessore $c \approx 20 \mu\text{m}$ e per una corrente di 4 A.

Alla luce di tale teoria si può spiegare il segno positivo di R_H per questi metalli perché succede che per essi la banda di valenza (cioè quella che contiene gli elettroni di valenza), a differenza del caso dei metalli del I gruppo della tabella di Mendeleev, risulta essere quasi piena. L'agitazione termica porta alcuni elettroni ad occupare i livelli più alti di tale banda e quindi in essa restano dei livelli energetici non occupati ossia appunto delle lacune che, come è intuitivo, sotto l'azione di un campo elettrico applicato E si muovono nella direzione e verso di E cioè come cariche positive.

Un ragionamento intuitivo di questo genere che si può usare per rendere comprensibile agli studenti questo fenomeno si trova anche nel libro di J.C. Slater *Quantum Theory of Matter*, Mc Graw-Hill (1951), pag. 339. Per una spiegazione più completa si può vedere il libro di J.R. Hook e H.E. Hall *Solid State Physics* John Wiley & Sons 1991 a pag. 108.

Note

¹ P. Drude, Ann. d. Physik, 7 687 (1902), teoria che si può anche trovare brevemente riassunta in A.H. Wilson, *The Theory of Metals*, Cambridge Univ. Press, 2nd ed. (1965) cap. 1.

² Il modello quantistico prevede invece velocità di agitazione termica, corrispondenti alla cosiddetta energia di Fermi, superiori di circa un ordine di grandezza e indipendenti dalla temperatura (vedi esempio C. Kittel: *Introduction to Solid State Physics*, Wiley & Sons (1968) cap. 7).

³ Se questo non succede ad ogni urto è comunque sempre possibile definire un tempo di randomizzazione della velocità τ_r dopo il quale tutte le direzioni della velocità sono equiprobabili.

⁴ Vedi ad es. *La Fisica di Feynman*, vol. I parte II § 43-1 Addison-Wesley 1969.

⁵ Si trova spesso nei testi didattici una trattazione semplificata per derivare la relazione (1), basata semplicemente sull'assunzione che i tempi di collisione siano tutti uguali e pari a τ . Tale trattazione conduce a ricavare per la variazione di velocità Δv , tra l'istante seguente un urto e l'istante precedente l'urto successivo, la relazione $\Delta v = eE\tau/m$, e ciò corrisponderebbe ad una variazione "media" nel tempo τ pari a $1/2\Delta v$, cosicché per la mobilità si ottiene $\mu = (1/2)e\tau/m$. Il fattore 1/2 (errato), che scompare se si tiene conto della corretta distribuzione statistica dei valori di τ , non viene tuttavia riportato (si veda ad esempio il recente articolo di S. Murzin, M. Trunin e S. Shovkun: *Beyond the reach of Ohm's law*, in *Quantum*, 5, 5, 24 (1994)). Il solo autore che ci risulta mettere in evidenza questo problema è Feynmann (op. cit. § 43-3).

⁶ Nei casi in cui l'ipotesi di randomizzazione della velocità ad ogni urto non è vera il ragionamento segue le stesse linee con la sostituzione di τ_r al posto di τ .

⁷ Vedi ad es. E.M. Purcell: *Electricity and Magnetism* § 4.5 vol. 2 del *Berkeley Physics Course*, McGraw-Hill (1963).

⁸ Questa è una relazione approssimata: in letteratura si trova la relazione $R_H = r/en$, dove r è un parametro che tiene conto, oltre che della distribuzione statistica delle velocità dei portatori, anche dei diversi meccanismi di collisione: $r \approx 1.2$ per urti prevalentemente con fononi (vibrazioni del reticolo) e $r \approx 1.9$ per urti prevalentemente con impurezze.

⁹ L'apparato, fornito dalla ditta BCD sistemi S.r.l., via Lattanzio 40, Roma (costo ≈ 2.8 milioni + IVA), consiste di un doppio alimentatore di corrente stabilizzata, elettromagnete, microvolmetro, gaussmetro e diversi campioni.

¹⁰ Modelli al costo di circa 1.5 milioni sono venduti da: F.W. Bell, Magnetic Ltd. (rappresentata dalla 3G Electronics, via Boncompagni, Milano) oppure Pasco Scientific (rappresentata dalla EL Italia s.r.l., via Grossich 32, Milano).

¹¹ G. Torzo, A. Sconza and R. Storti: *A Low Cost Digital Teslameter*, J. Phys E.: Sci. Instrum, 20, 260-262 (1987); G. Torzo e R. Storti, *Una versione semplice ed*

economica di gaussmetro digitale, La Fisica nella Scuola, XX, 213-216 (1987); questo strumento è ora costituito e fornito pre-tarato, dalla ditta SAMAR, via Beniadini 10, Milano.

¹² Vedi ad esempio F. Seitz, *Modern Theory of Solids*, International Series in Physics Lee DuBridge ed. McGraw Hill, New York and London (1940) p. 183.

Scrivere, progettare, costruire, osservare.....

L'Osservatorio Europeo nell'Emisfero Austral (European Southern Observatory - ESO) in collaborazione con la Commissione Europea ha il piacere di invitare gli studenti e gli insegnanti della scuola media superiore a partecipare ad una gara a livello europeo nel campo dell'astronomia.

- Lavorare con il telescopio - acquisire ed interpretare i segnali
- Osserverete con il telescopio e con lo strumento di vostra scelta. Nella vostra relazione descriverete lo scopo scientifico, le caratteristiche dei mezzi di osservazione, il modo di condurre l'osservazione. Discuterete i risultati dell'osservazione inclusa un'analisi degli errori e descriverete le conclusioni.
- La competizione e' aperta a squadre di (massimo) 3 studenti ed uno dei loro insegnanti che sono invitati a scegliere uno qualsiasi dei quattro temi indicati.

Le iscrizioni avranno luogo nel Settembre/Ottobre 1995*.

Il primo premio consiste in una settimana di soggiorno al quartier generale dell'ESO a Garching (Germania). La visita all'ESO avra' luogo nel Novembre 1995. Insieme ai vincitori degli altri 15 paesi europei, il gruppo vincitore avra' l'opportunita' di prendere parte ad una vera osservazione con i principali telescopi dell'ESO.

L'ESO gestisce uno degli osservatori piu' grandi del mondo. Si trova sulla montagna di La Silla nel deserto cileno di Atacama.

Due telescopi, il 1.4m CAT (Coudé Auxiliary Telescope) e il 3.5m NTT (New Technology Telescope) saranno manovrati direttamente dal quartier generale dell'ESO in Germania utilizzando il controllo a distanza.

- Una futura missione nello spazio - Progettare uno strumento di bordo
- Progetterete una missione per una futura missione nello spazio al di fuori del sistema solare. Lo scopo e' di condurre osservazioni di Plutone e degli Oggetti Transnettuniani.
- Descrivete il progetto, i principi chimico/fisici dello strumento e le osservazioni che si possono fare. Darete esempi di qualche possibile risultato.

* Ulteriori informazioni possono essere ottenute dal:
"L'Europa verso il cosmo"

Dr. Brunella Monsignori Fossi
Osservatorio Astrofisico di Arcetri
Largo Enrico Fermi 5
50125 Firenze
Tel. 055-2752246
Fax 055-220039

L'EUROPA VERSO IL COSMO

- Tecnologia per la Scienza - costruire uno strumento
- Costruirete uno strumento (per esempio un fotometro o uno spettrografo, equipaggiato con il rivelatore adatto). Nella documentazione dello strumento, descriverete lo strumento stesso, il suo progetto, la sua costruzione ed i risultati del test.

- Teoria - Guardare nel futuro
- Descrivete un sistema planetario stabile intorno ad un'altra stella. La vostra ricerca conterra' una descrizione delle condizioni (struttura interna, composizione, caratteristiche della superficie, atmosfera) dei pianeti. Quali sono i requisiti tecnici necessari per osservare questo sistema dalla terra? Che tipi di osservazioni di questi oggetti puo' essere fatta con gli strumenti disponibili?

